

III.

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Wyrażeniem algebraicznym nazywamy wyrażenie, w którym występują liczby i litery połączone znakami działań matematycznych np. $2a$, $3x + 6b$.

Jednomian – wyrażenie będące iloczynem liter i liczb np. $2xy$.

Jednomian uporządkowany – jednomian, w którym liczba występuje na początku, a zmienne występują w kolejności alfabetycznej np. $-2abc$, $7x^2yz$.

Wyrazy podobne to takie wyrażenia algebraiczne, które różnią się tylko współczynnikami liczbowymi, a zmienne występują w tej samej potędze np. $5x$ i $8x$, $6a^2b$ i $4a^2b$.

DZIAŁANIA NA WYRAŻENIACH ALGEBRAICZNYCH

Wykonując działania na wyrażeniach algebraicznych dokonujemy redukcji wyrazów podobnych.

- 1) Dodawanie – jeśli występują nawiasy to je opuszczamy i dokonujemy redukcji wyrazów podobnych

$$(6x + 4) + (3x + 2) = 6x + 4 + 3x + 2 = 9x + 6$$

- 2) Odejmowanie – przy odejmowaniu opuszczamy nawiasy pamiętając o tym, że należy zmienić znak każdego wyrazu w nawiasie na przeciwny

$$7x - (2x - 1) = 7x - 2x + 1 = 5x + 1$$

- 3) Mnożenie sumy algebraicznej przez liczbę lub jednomian – należy liczbę lub jednomian pomnożyć przez każdy składnik sumy

$$5(x + 4) = 5x + 20$$

- 4) Mnożenie sum algebraicznych – mnożymy każdy składnik pierwszej sumy przez każdy składnik drugiej sumy

$$(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$$

**TO CI SIĘ NA PEWNO PRZYDA!!!****WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA**

- 1) Kwadrat sumy dwóch wyrażeń

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

- 2) Kwadrat różnicy dwóch wyrażeń

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

- 3) Iloczyn sumy dwóch wyrażeń przez ich różnicę

$$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

Metody rozkładu sumy algebraicznej na czynniki

- 1) Wylączenie wspólnego czynnika przed nawias

$$2xy - 4y^2 = 2y(x - 2y)$$

- 2) Wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)$$

- 3) Grupowanie wyrazów

$$ax + ay - bx - by = a(x + y) - b(x + y) = (x + y)(a - b)$$

Wartość liczbową wyrażeń algebraicznych

Aby obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, należy w miejsce liter wstawić podane liczby i wykonać wskazane działania.

Przykład

Oblicz wartość liczbową wyrażenia $3x^2 + 4y$ dla $x = 2$, $y = -1$.

$$3 \cdot 2^2 + 4 \cdot (-1) = 12 - 4 = 8.$$

UŁAMKI ALGEBRAICZNE

Ułamek algebraiczny jest to iloraz dwóch wyrażeń algebraicznych

np. $\frac{x+1}{3x-4}$.

Ułamek algebraiczny ma sens dla tych liczb, dla których mianownik tego

ułamka jest różny od zera np. $\frac{2x+1}{x-5}$ ma sens dla $x-5 \neq 0$, czyli dla $x \neq 5$.

Ułamki algebraiczne możemy skracać i rozszerzać podobnie jak ułamki zwykłe.

Skracanie	Rozszerzanie
<p>Aby skrócić ułamek algebraiczny, należy licznik i mianownik podzielić przez ten sam czynnik różny od zera, np.</p> $\frac{2ab^2}{4a^3b} = \frac{b}{2a^2}$	<p>Aby rozszerzyć ułamek algebraiczny, należy licznik i mianownik pomnożyć przez tę samą liczbę lub wyrażenie różne od zera, np.</p> $\frac{x+1}{2x} = \frac{2y(x+1)}{4xy}$

Działania na ułamkach algebraicznych wykonujemy analogicznie jak na ułamkach zwykłych.



ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZYWANIA

1) Napisz następujące wyrażenia algebraiczne

- Suma 2 i d
- Różnica a i -1
- Iloczyn -4 i e
- Iloraz 5 i m .

2) Zapisz słowami podane wyrażenia

- ab
- $\frac{1}{2} + a^2$
- $(e - b)^2$
- $\frac{2}{a + b}$

3) Doprowadź do najprostszej postaci

- $(2x - 5) + 2(x - 8) - (3x + 6)$
- $\left(1\frac{1}{2}a - 6b\right) : 2 - \left(a - \frac{3}{5}b\right) - 6(a + 1)$
- $(a + 2b)^2 - 2(b + 3a)^2 - 5a$
- $(\sqrt{3}x - y)(\sqrt{3}x + y) - 2(x - y)^2 + (x + 2y)^2$

4) Wylącz wspólny czynnik przed nawias

- a) kawa + waga
- b) morze + sztorm
- c) podróż + pociąg

5) Przedstaw w postaci iloczynowej

- a) $7ab - 3ad - 2ay$
- b) $x^2 - 10x + 25$
- c) $4x^2y - 12xy + 9y$
- d) $2(3x + 4) - 2a(3x + 4)$
- e) $(x - 3)^2 - (x + 2)^2$

6) Wstaw brakujące liczby tak, aby otrzymać wzór skróconego mnożenia

- a) $x^2 + 4x + \dots = (x + \dots)^2$
- b) $16x^2 + 24x + \dots = (4x + \dots)^2$
- c) $y^2 - 2\sqrt{5}y + \dots = (y - \dots)^2$

7) Skróć podane ułamki algebraiczne

- a) $\frac{6a^3b}{2ab^2}$
- b) $\frac{-4x^4y^7}{2y^{10}x}$
- c) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

8) Rozszerz podane ułamki algebraiczne

- a) $\frac{a}{4b} = \frac{\quad}{4b^3}$
- b) $\frac{2xy}{3a} = \frac{6x^3y^4}{\quad}$
- c) $\frac{3x}{2-x} = \frac{\quad}{4-x^2}$

9) Dla jakich x podane wyrażenie ma sens?

- a) $\frac{2}{x+1}$
- b) $\frac{3x}{2x-3}$